Continue

Racionalizar ejercicios resueltos

Este artículo explicamos cómo racionalizar denominadores o expresiones radicales tanto si hay raíces cuadradas, cúbicas o de cualquier índice; también cuando el denominador es un binomio. Veremos ejemplos y ejercicios resueltos paso a paso. Racionalizar es convertir el denominador de una expresión fraccionaria en un número racional. Para esto, se remueven del mismo los radicales que aparecen. El objetivo es que la expresión resultante sea más fácil de manejar y de obtener aproximaciones. La idea principal para conseguir esto es multiplicar numerador y denominador de la expresión por un factor que permita "subir" la raíz al numerador. Este número se conoce como factor racionalizante. Saber cuál es el factor adecuado es algo que iremos viendo a través de los distintos casos que pueden darse, tanto con monomios como binomios. Los casos de racionalización son los siguientes: El denominador contiene una raíz cuadrada. El denominador contiene una raíz enésima (cúbica, cuarta, etc.). El denominador es un binomio con raíces cuadradas. Algunas veces es necesario racionalizar el numerador de un cociente, lo que significa obtener una expresión equivalente que no tenga radicales en el numerador. El proceso es similar al empleado para racionalizar el denominador. Estas son expresiones de la forma *\dfrac{a}{b\sqrt{x}}.* Para racionalizar una expresión con raíz cuadrada en el denominador, multiplicamos numerador y denominador por esa misma raíz. *\dfrac{a}{b\sqrt{x}}=\dfrac{a}{b\sqrt{x}}\cdot \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}}=\dfrac{a\sqrt{x}}{(\sqrt{x})^2}=\dfrac{a\sqrt{x}}{x}* En la siguiente tabla se muestran casos especiales de raíces junto con su factor racionalizante. Radical del denominadorSe multiplica y divide porNuevo denominador*\sqrt{2}**\sqrt{2}**(\sqrt{2})^2=2**-\sqrt{5}**-\sqrt{5}**(-\sqrt{5})^2=5**\sqrt{y}**(\sqrt{y})^2=|y|* Ejemplo 1 *\dfrac{1}{\sqrt{2}}* En esta expresión fraccionaria, aparece una raíz cuadrada en el denominador. Para "subirla" al numerador, multiplicamos y dividimos la expresión por esa misma raíz. *\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\cdot \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}* =\dfrac{\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2}* =\dfrac{\sqrt{2}}{2}* Ejemplo 2 *\dfrac{5}{4\sqrt{2}}* En este caso, la raíz cuadrada aparece con un coeficiente. Esto no afecta al procedimiento, solo multiplicamos numerador y denominador por la misma raíz. *\dfrac{5}{4\sqrt{2}}=\dfrac{5}{4\sqrt{2}}\cdot \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}* =\dfrac{5\sqrt{2}}{4(\sqrt{2})^2}* =\dfrac{5\sqrt{2}}{4\cdot 2}* =\dfrac{5\sqrt{2}}{8}* Ejemplo 3 *\sqrt{\dfrac{3}{7}}* Aquí aparece la raíz cuadrada de una fracción. El objetivo es lograr una expresión donde no haya raíces en el denominador. Primero aplicamos la propiedad de las raíces para distribuir la raíz a la fracción y luego multiplicamos numerador y denominador por la raíz del denominador. *\sqrt{\dfrac{3}{7}}=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}* =\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}\cdot \dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}}* =\dfrac{\sqrt{3\cdot 7}}{(\sqrt{7})^2}* =\dfrac{\sqrt{21}}{7}* Ejemplo 4 *\sqrt{\dfrac{3}{2x}}* con *x>0* En este caso aparecen variables. El procedimiento a seguir es el mismo, suponiendo que todos los radicales existen. *\sqrt{\dfrac{3}{2x}}=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2x}}\cdot \dfrac{\sqrt{2x}}{\sqrt{2x}}* =\dfrac{\sqrt{3\cdot 2x}}{(\sqrt{2x})^2}* =\dfrac{\sqrt{6x}}{2x}* Ejemplo 5 En el caso de tener que racionalizar un numerador, hacemos el mismo procedimiento, pero multiplicando y dividiendo por el radical del numerador. *\dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{3}}\cdot \dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{8}}* =\dfrac{(\sqrt{8})^2}{\sqrt{3\cdot 8}}* =\dfrac{8}{\sqrt{24}}* Estas son expresiones de la forma *\dfrac{a}{b\sqrt[n]{x^k}},* con *k0.* Para racionalizar estas expresiones, multiplicamos el numerador y denominador por *\sqrt[n]{x^{n-k}},* esto eliminará el radical del denominador: *\dfrac{a}{b\sqrt[n]{x^k}}=\dfrac{a}{b\sqrt[n]{x^k}}\cdot \dfrac{\sqrt[n]{x^{n-k}}}{\sqrt[n]{x^{n-k}}}=\dfrac{a\sqrt[n]{x^{n-k}}}{b\sqrt[n]{x^{k+n-k}}}=\dfrac{a\sqrt[n]{x^{n-k}}}{b\sqrt[n]{x^n}}=\dfrac{a\sqrt[n]{x^{n-k}}}{bx}* En otras palabras, se debe multiplicar y dividir por una raíz con el mismo índice pero que el exponente del radicando sea el índice menos su exponente original. La idea es que al sumar los exponentes (por producto de potencias de igual base), el resultado sea igual al índice, con lo cual la raíz se simplifica. Algunos ejemplos de factores adecuados se dan en la siguiente tabla. Radical del denominadorSe multiplica y divide porNuevo denominador*\sqrt[3]{a}**\sqrt[3]{a^2}**\sqrt[3]{a^3}=a**\sqrt[4]{a}**\sqrt[4]{a^3}**\sqrt[4]{a^4}=|a|**\sqrt[5]{a^3}**\sqrt[5]{a^2}**\sqrt[5]{a^5}=a**\sqrt[8]{a^3}**\sqrt[8]{a^5}**\sqrt[8]{a^8}=|a|* Nota: las barras de valor absoluto no serán necesarias si el radicando es positivo, o sea, si *a>0.* Un caso especial es cuando en el radicando no se ve un exponente (está elevado a 1). Para racionalizar una raíz cúbica, basta con multiplicar numerador y denominador por una raíz cúbica con el radicando elevado al cuadrado. Para el caso de raíces cuartas, el factor racionalizante será una raíz cuarta con el radicando al cubo. De forma similar con las raíces de índices superiores. Ejemplo 1 *\dfrac{1}{\sqrt[3]{7}}* En este caso buscamos racionalizar una expresión con una raíz cúbica en el denominador. Como el radicando está elevado a 1, bastará con multiplicar numerador y denominador por *\sqrt[3]{7^2}* para eliminar el radical del denominador. *\dfrac{1}{\sqrt[3]{7}}=\dfrac{1}{\sqrt[3]{7}}\cdot \dfrac{\sqrt[3]{7^2}}{\sqrt[3]{7^2}}* =\dfrac{\sqrt[3]{7^2}}{\sqrt[3]{7^3}}* =\dfrac{\sqrt[3]{49}}{7}* Ejemplo 2 *\dfrac{3}{5\sqrt[4]{5}}* En este ejemplo, la raíz del denominador es cuarta y tiene un coeficiente. Como en los casos anteriores, no es necesario hacer nada con ese coeficiente. Para racionalizar, aplicamos la fórmula que vimos, con lo cual obtenemos que el factor racionalizante es *\sqrt[4]{5^3}.* *\dfrac{3}{5\sqrt[4]{5}}=\dfrac{3}{5\sqrt[4]{5}}\cdot \dfrac{\sqrt[4]{5^3}}{\sqrt[4]{5^3}}* =\dfrac{3\sqrt[4]{5^3}}{5\sqrt[4]{5^4}}* =\dfrac{3\sqrt[4]{5^3}}{5\cdot 5}* =\dfrac{3\sqrt[4]{5^3}}{25}* Ejemplo 3 *\sqrt[3]{\dfrac{x^2}{2y^2}}* con *y≠0* Aquí vuelven a aparecer variables. Podemos realizar los mismos pasos que antes considerando que todos los radicales existen. *\dfrac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{2y^2}}=\dfrac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{2y^2}}\cdot \dfrac{\sqrt[3]{(2y^2)^2}}{\sqrt[3]{(2y^2)^2}}* =\dfrac{\sqrt[3]{x^2\cdot (2y^2)^2}}{\sqrt[3]{(2y^2)^3}}* =\dfrac{\sqrt[3]{x^2\cdot 4y^4}}{2y^2}* =\dfrac{\sqrt[3]{4x^2y^4}}{2y^2}* Esta última expresión se puede seguir simplificando extrayendo una *y* del radical del numerador: *\dfrac{\sqrt[3]{4x^2y^4}}{2y^2}=\dfrac{y\sqrt[3]{4x^2y}}{2y^2}* =\dfrac{\cancel{y}\sqrt[3]{4x^2y}}{2y^{\cancel{2}}}* =\dfrac{\sqrt[3]{4x^2y}}{2y}* Dado un binomio a + b, su conjugado es a - b. El concepto de factor conjugado sirve para racionalizar el denominador de una fracción cuando dicho denominador es un binomio que contiene una raíz cuadrada. Para racionalizar una expresión con denominador donde aparece un binomio con raíces cuadradas, multiplicamos y dividimos por el conjugado del denominador. *\dfrac{a}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}=\dfrac{a}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}\cdot \dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}=\dfrac{a(\sqrt{x}-\sqrt{y})}{\sqrt{x^2}-\sqrt{y^2}}=\dfrac{a(\sqrt{x}-\sqrt{y})}{x-y}* Se está aplicando la propiedad de diferencia de cuadrados: (a + b) (a - b) = a^2 - b^2 El mismo procedimiento funciona para expresiones de la forma *\dfrac{a}{b+\sqrt{y}},* donde solo uno de los términos es un radical. Si la o las raíces que aparecen no son cuadradas, este método no funciona, pues no se logrará desaparecer el radical. En la siguiente tabla se muestran algunos ejemplos de los conjugados. DenominadorSe multiplica y divide porNuevo denominador*\sqrt{3}+\sqrt{7}**\sqrt{3}-\sqrt{7}**3-7=-4**5-\sqrt{11}**5+\sqrt{11}**5^2-11=14**-\sqrt{2}+\sqrt{15}**-\sqrt{2}-\sqrt{15}**2-15=-13**-\sqrt{20}-6**-\sqrt{20}+6**20-6^2=-16* Ejemplo 1 *\dfrac{1}{6+\sqrt{5}}* En esta fracción, el denominador es un binomio donde uno de los términos es una raíz cuadrada. Para racionalizarla, multiplicamos numerador y denominador por el conjugado de ese binomio. Es importante no cambiar todos los signos, solo el signo del segundo término. *\dfrac{1}{6+\sqrt{5}}=\dfrac{1}{6+\sqrt{5}}\cdot \dfrac{6-\sqrt{5}}{6-\sqrt{5}}* =\dfrac{6-\sqrt{5}}{6^2-(\sqrt{5})^2}* =\dfrac{6-\sqrt{5}}{36-5}* =\dfrac{6-\sqrt{5}}{31}* Ejemplo 2 *\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}* En este ejemplo, los dos términos del binomio son radicales cuadráticos. Para racionalizar, multiplicamos y dividimos por el conjugado del binomio. *\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}\cdot \dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}* =\dfrac{\sqrt{2}(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2}* =\dfrac{\sqrt{2}\sqrt{3}+\sqrt{2}\sqrt{2}}{3-2}* =\dfrac{\sqrt{6}+2}{1}* =\sqrt{6}+2* Ejemplo 3 *\dfrac{6\sqrt{3}}{-\sqrt{x}+\sqrt{7}}* Este ejemplo es similar al anterior, pero con variables. Como en los otros casos, procedemos de la misma forma considerando que los radicales existen. *\dfrac{6\sqrt{3}}{-\sqrt{x}+\sqrt{7}}=\dfrac{6\sqrt{3}}{-\sqrt{x}+\sqrt{7}}\cdot \dfrac{-\sqrt{x}-\sqrt{7}}{-\sqrt{x}-\sqrt{7}}* =\dfrac{6\sqrt{3}(-\sqrt{x}-\sqrt{7})}{(-\sqrt{x})^2-(\sqrt{7})^2}* =\dfrac{-6\sqrt{3}\sqrt{x}-6\sqrt{3}\sqrt{7}}{|x|-7}* =\dfrac{-6\sqrt{3x}-6\sqrt{21}}{|x|-7}* Si ocurre que *x>0,* podemos eliminar las barras del valor absoluto. Entonces, la expresión final será: *\dfrac{-6\sqrt{3x}-6\sqrt{21}}{x-7}* Abálsamo, R., Berio, A., Kotowski, C., Liberto, L., Mastucci, S. y Quirós, N. (2013). Matemática 3. Puerto de Palos. Abálsamo, R., Berio, A., Mastucci, S., Quirós, N. y De Rossi, F. (2013). Matemática 4. Puerto de Palos. Abálsamo, R., Berio, A., Mastucci, S., Quirós, N. y De Rossi, F. (2013). Matemática 5. Puerto de Palos. Effenberger, P. (2016). Matemática III. Kapelusz Editora. Entre Números III. (2016). Santillana. Rojas Hincapié, C. (2022). Matemáticas de secundaria: grados 8-9. Fondo Editorial RED Descartes. Simplificación de radicalesOperaciones combinadas con radicalesDivisión de radicalesMultiplicación de raícesSuma y resta de radicales Racionalizar el denominador significa eliminar las expresiones radicales en el denominador de modo que no tengamos raíces cuadradas, cúbicas u otras. La idea principal en la racionalización de denominadores es multiplicar a la fracción original por un valor apropiado de modo que, después de simplificar, el denominador ya no contenga radicales. Cuando el denominador es un monomio, podemos aplicar el hecho que: $latex \sqrt{x}\cdot\sqrt{x}=\sqrt{{{x}^2}}=x$ Entonces, podemos multiplicar tanto al numerador como al denominador por la expresión radical. Luego de simplificar, obtendremos una expresión sin radicales en el denominador. Por otra parte, si es que el denominador es un binomio, tenemos que usar el conjugado del binomio. El conjugado de un binomio es igual al mismo binomio, pero con el signo del medio cambiado. Por ejemplo, supongamos que tenemos al binomio $latex a+\sqrt{b}$ en el denominador. El conjugado de este binomio es $latex a-\sqrt{b}$. El producto del binomio y de su conjugado es: $latex (a+\sqrt{b})(a-\sqrt{b})={{a}^2}-b$ El proceso de racionalización indicado arriba es usado para racionalizar tanto a monomios como a binomios en los siguientes ejercicios. Intenta resolver los ejercicios tú mismo antes de mirar la solución. Racionaliza el denominador de la expresión $latex \frac{3}{\sqrt{2}}$. El denominador contiene una expresión radical, la raíz cuadrada de 2. Podemos eliminar el radical del denominador al multiplicarlo por sí mismo, ya que $latex \sqrt{2}\times \sqrt{2}=2$. Sin embargo, si es que solo multiplicamos al denominador, estamos cambiando a la expresión. Entonces, también multiplicamos al numerador para balancear. Al multiplicar a la expresión por $latex \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ en realidad estamos multiplicando por 1. Entonces, tenemos: $latex \frac{3}{\sqrt{2}}\times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{4}}$ $latex =\frac{3\sqrt{2}}{2}$ La expresión que obtuvimos ya no tiene un radical en el denominador, por lo que ya la hemos racionalizado. Racionaliza a $latex \frac{8}{\sqrt{2}}$ y simplifica de ser posible. Similar al ejercicio anterior, tenemos una raíz cuadrada de 2 en el denominador. Entonces, multiplicamos a la expresión por $latex \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$: $latex \frac{8}{\sqrt{2}}\times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{4}}$ $latex =\frac{8\sqrt{2}}{2}$ Ya hemos racionalizado a la expresión, pero en este caso, también podemos simplificar al cancelar factores comunes: $latex \frac{8\sqrt{2}}{2}=4\sqrt{2}$ Racionaliza la expresión $latex \sqrt{\frac{5}{3}}$. En este caso, tenemos una raíz cuadrada de una fracción completa. Podemos empezar aplicando la regla del cociente de raíces cuadradas. Esto nos permite escribir al numerador y al denominador con raíces cuadradas separadamente. Entonces, tenemos: $latex \sqrt{\frac{5}{3}}=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$ La nueva expresión tiene un denominador con una raíz cuadrada de 3, por lo que multiplicamos tanto al numerador como al denominador por este radical: $latex \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}\times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{5}\sqrt{3}}{\sqrt{9}}$ $latex =\frac{\sqrt{5}\sqrt{3}}{3}$ $latex =\frac{\sqrt{15}}{3}$ Simplifica al racionalizar el denominador de $latex \frac{3\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$. Multiplicamos tanto al numerador como al denominador por $latex \sqrt{3}$ para eliminar al radical del denominador: $latex \frac{3\sqrt{6}}{\sqrt{3}}\times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{18}}{\sqrt{9}}$ $latex =\frac{3\sqrt{18}}{3}$ $latex =\sqrt{18}$ Podemos reescribir al 18 como el producto de 9 y 2 para simplificar a la expresión: $latex \sqrt{18}=\sqrt{9\times 2}$ $latex =\sqrt{9}\sqrt{2}$ $latex =3\sqrt{2}$ Racionaliza y simplifica la expresión $latex \frac{4-\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$. Esta expresión contiene a un binomio en el numerador, pero el proceso es el mismo, ya que seguimos teniendo un monomio en el denominador. Multiplicamos tanto al numerador como al denominador por $latex \sqrt{2}$: $latex \frac{4-\sqrt{6}}{\sqrt{2}}\times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}(4-\sqrt{6})}{\sqrt{4}}$ $latex =\frac{4\sqrt{2}-\sqrt{12}}{2}$ Podemos simplificar la expresión al reconocer que podemos escribir a 12 como el producto de 4 y 3: $latex \frac{4\sqrt{2}-\sqrt{12}}{2}=\frac{4\sqrt{2}-\sqrt{4\times 3}}{2}$ $latex =\frac{4\sqrt{2}-\sqrt{4}\sqrt{3}}{2}$ $latex =\frac{4\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{2}$ $latex =2\sqrt{2}-\sqrt{3}$ Racionaliza la expresión $latex \frac{4}{2+\sqrt{2}}$. Este ejercicio es un poco diferente, ya que tenemos dos términos en el denominador, es decir, un binomio. Para eliminar al radical del denominador, tenemos que multiplicar tanto al numerador como al denominador por el conjugado del binomio. Para encontrar el conjugado de un binomio, simplemente tenemos que cambiar el signo del medio. En este caso, tenemos que multiplicar por $latex \frac{2-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$: $latex \frac{4}{2+\sqrt{2}}\times \frac{2-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}=\frac{4(2-\sqrt{2})}{(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})}$ $latex =\frac{8-4\sqrt{2}}{4-2\sqrt{2}+2\sqrt{2}-\sqrt{4}}$ $latex =\frac{8-4\sqrt{2}}{4-2}$ $latex =\frac{8-4\sqrt{2}}{2}$ $latex =4-2\sqrt{2}$ Racionaliza la expresión $latex \frac{5}{6-\sqrt{3}}$. Similar al problema anterior, tenemos que multiplicar tanto al numerador como al denominador por el conjugado del binomio. En este caso, tenemos que multiplicar por $latex \frac{6+\sqrt{3}}{6+\sqrt{3}}$: $latex \frac{5}{6-\sqrt{3}}\times \frac{6+\sqrt{3}}{6+\sqrt{3}}=\frac{5(6+\sqrt{3})}{(6-\sqrt{3})(6+\sqrt{3})}$ $latex =\frac{30+5\sqrt{3}}{36-6\sqrt{3}+6\sqrt{3}-\sqrt{9}}$ $latex =\frac{30+5\sqrt{3}}{36-3}$ $latex =\frac{30+5\sqrt{3}}{33}$ Racionaliza la expresión $latex \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$. Multiplicamos tanto al denominador como al numerador por el conjugado del binomio. En este caso, el conjugado es $latex \sqrt{3}-\sqrt{2}$: $latex \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\times \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ $latex =\frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$ $latex =\frac{\sqrt{9}-\sqrt{6}-\sqrt{6}+\sqrt{4}}{\sqrt{9}-\sqrt{6}+\sqrt{6}-\sqrt{4}}$ $latex =\frac{3-2\sqrt{6}+2}{3-2}$ $latex =3-2\sqrt{6}+2$ $latex =5-2\sqrt{6}$ → Calculadora de Racionalización Usa lo aprendido sobre racionalización para resolver los siguientes ejercicios. Escoge una respuesta y verifícala para asegurarte que seleccionaste la correcta. ¿Interesado en aprender más sobre expresiones algebraicas? Mira estas páginas: Racionalizar el denominador significa eliminar las expresiones radicales en el denominador de modo que no tengamos raíces cuadradas, cúbicas u otras. La idea principal en la racionalización de denominadores es multiplicar a la fracción original por un valor apropiado de modo que, después de simplificar, el denominador ya no contenga radicales. Cuando el denominador es un monomio, podemos aplicar el hecho que: $latex \sqrt{x}\cdot\sqrt{x}=\sqrt{{{x}^2}}=x$ Entonces, podemos multiplicar tanto al numerador como al denominador por la expresión radical. Luego de simplificar, obtendremos una expresión sin radicales en el denominador. Por otra parte, si es que el denominador es un binomio, tenemos que usar el conjugado del binomio. El conjugado de un binomio es igual al mismo binomio, pero con el signo del medio cambiado. Por ejemplo, supongamos que tenemos al binomio $latex a+\sqrt{b}$ en el denominador. El conjugado de este binomio es $latex a-\sqrt{b}$. El producto del binomio y de su conjugado es: $latex (a+\sqrt{b})(a-\sqrt{b})={{a}^2}-b$ El proceso de racionalización indicado arriba es usado para racionalizar tanto a monomios como a binomios en los siguientes ejercicios. Intenta resolver los ejercicios tú mismo antes de mirar la solución. Racionaliza el denominador de la expresión $latex \frac{3}{\sqrt{2}}$. El denominador contiene una expresión radical, la raíz cuadrada de 2. Podemos eliminar el radical del denominador al multiplicarlo por sí mismo, ya que $latex \sqrt{2}\times \sqrt{2}=2$. Sin embargo, si es que solo multiplicamos al denominador, estamos cambiando a la expresión. Entonces, también multiplicamos al numerador para balancear. Al multiplicar a la expresión por $latex \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ en realidad estamos multiplicando por 1. Entonces, tenemos: $latex \frac{3}{\sqrt{2}}\times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{4}}$ $latex =\frac{3\sqrt{2}}{2}$ La expresión que obtuvimos ya no tiene un radical en el denominador, por lo que ya la hemos racionalizado. Racionaliza a $latex \frac{8}{\sqrt{2}}$ y simplifica de ser posible. Similar al ejercicio anterior, tenemos una raíz cuadrada de 2 en el denominador. Entonces, multiplicamos a la expresión por $latex \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$: $latex \frac{8}{\sqrt{2}}\times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{4}}$ $latex =\frac{8\sqrt{2}}{2}$ Ya hemos racionalizado a la expresión, pero en este caso, también podemos simplificar al cancelar factores comunes: $latex \frac{8\sqrt{2}}{2}=4\sqrt{2}$ Racionaliza la expresión $latex \sqrt{\frac{5}{3}}$. En este caso, tenemos una raíz cuadrada de una fracción completa. Podemos empezar aplicando la regla del cociente de raíces cuadradas. Esto nos permite escribir al numerador y al denominador con raíces cuadradas separadamente. Entonces, tenemos: $latex \sqrt{\frac{5}{3}}=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$ La nueva expresión tiene un denominador con una raíz cuadrada de 3, por lo que multiplicamos tanto al numerador como al denominador por este radical: $latex \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}\times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{5}\sqrt{3}}{\sqrt{9}}$ $latex =\frac{\sqrt{5}\sqrt{3}}{3}$ $latex =\frac{\sqrt{15}}{3}$ Simplifica al racionalizar el denominador de $latex \frac{3\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$. Multiplicamos tanto al numerador como al denominador por $latex \sqrt{3}$ para eliminar al radical del denominador: $latex \frac{3\sqrt{6}}{\sqrt{3}}\times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{18}}{\sqrt{9}}$ $latex =\frac{3\sqrt{18}}{3}$ $latex =\sqrt{18}$ Podemos reescribir al 18 como el producto de 9 y 2 para simplificar a la expresión: $latex \sqrt{18}=\sqrt{9\times 2}$ $latex =\sqrt{9}\sqrt{2}$ $latex =3\sqrt{2}$ Racionaliza y simplifica la expresión $latex \frac{4-\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$. Esta expresión contiene a un binomio en el numerador, pero el proceso es el mismo, ya que seguimos teniendo un monomio en el denominador. Multiplicamos tanto al numerador como al denominador por $latex \sqrt{2}$: $latex \frac{4-\sqrt{6}}{\sqrt{2}}\times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}(4-\sqrt{6})}{\sqrt{4}}$ $latex =\frac{4\sqrt{2}-\sqrt{12}}{2}$ Podemos simplificar la expresión al reconocer que podemos escribir a 12 como el producto de 4 y 3: $latex \frac{4\sqrt{2}-\sqrt{12}}{2}=\frac{4\sqrt{2}-\sqrt{4\times 3}}{2}$ $latex =\frac{4\sqrt{2}-\sqrt{4}\sqrt{3}}{2}$ $latex =\frac{4\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{2}$ $latex =2\sqrt{2}-\sqrt{3}$ Racionaliza la expresión $latex \frac{4}{2+\sqrt{2}}$. Este ejercicio es un poco diferente, ya que tenemos dos términos en el denominador, es decir, un binomio. Para eliminar al radical del denominador, tenemos que multiplicar tanto al numerador como al denominador por el conjugado del binomio. Para encontrar el conjugado de un binomio, simplemente tenemos que cambiar el signo del medio. En este caso, tenemos que multiplicar por $latex \frac{2-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$: $latex \frac{4}{2+\sqrt{2}}\times \frac{2-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}=\frac{4(2-\sqrt{2})}{(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})}$ $latex =\frac{8-4\sqrt{2}}{4-2\sqrt{2}+2\sqrt{2}-\sqrt{4}}$ $latex =\frac{8-4\sqrt{2}}{4-2}$ $latex =\frac{8-4\sqrt{2}}{2}$ $latex =4-2\sqrt{2}$ Racionaliza la expresión $latex \frac{5}{6-\sqrt{3}}$. Similar al problema anterior, tenemos que multiplicar tanto al numerador como al denominador por el conjugado del binomio. En este caso, tenemos que multiplicar por $latex \frac{6+\sqrt{3}}{6+\sqrt{3}}$: $latex \frac{5}{6-\sqrt{3}}\times \frac{6+\sqrt{3}}{6+\sqrt{3}}=\frac{5(6+\sqrt{3})}{(6-\sqrt{3})(6+\sqrt{3})}$ $latex =\frac{30+5\sqrt{3}}{36-6\sqrt{3}+6\sqrt{3}-\sqrt{9}}$ $latex =\frac{30+5\sqrt{3}}{36-3}$ $latex =\frac{30+5\sqrt{3}}{33}$ Racionaliza la expresión $latex \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$. Multiplicamos tanto al denominador como al numerador por el conjugado del binomio. En este caso, el conjugado es $latex \sqrt{3}-\sqrt{2}$: $latex \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\times \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ $latex =\frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$ $latex =\frac{\sqrt{9}-\sqrt{6}-\sqrt{6}+\sqrt{4}}{\sqrt{9}-\sqrt{6}+\sqrt{6}-\sqrt{4}}$ $latex =\frac{3-2\sqrt{6}+2}{3-2}$ $latex =3-2\sqrt{6}+2$ $latex =5-2\sqrt{6}$ → Calculadora de Racionalización Usa lo aprendido sobre racionalización para resolver los siguientes ejercicios. Escoge una respuesta y verifícala para asegurarte que seleccionaste la correcta. ¿Interesado en aprender más sobre expresiones algebraicas? Mira estas páginas: ¿Qué es la racionalización de denominadores?Por racionalización de denominadores nos referimos al proceso que nos permite eliminar raíces del denominador de una fracción. En esta entrada veremos cómo realizar la racionalización denominadores de fracciones para poder luego seguir realizando operaciones como sumas y restas de dichas fracciones.Quiero ir directamente a los 27 ejercicios resueltos de racionalización y saltarme la explicación.Este proceso nos permite realizar operaciones de este tipo:Para hacer esta suma de dos fracciones tenemos que calcular el mcm de los denominadores, pero como tenemos en el denominador de la primera, no podemos calcularlo.La solución es racionalizar el primer denominador.En esta primera entrada, te vamos a mostrar cómo racionalizar denominadores de fracciones que tienen una raíz cuadrada en el denominador.Racionalización de denominadores con una raíz cuadradaEl procedimiento completo te los mostramos en este vídeo:Siguiendo lo que hemos aprendido, podemos terminar nuestro ejemplo anterior:Multiplicamos la fracción que queremos racionalizar por Hacemos el producto de las dos fracciones:Al elevar a 2 una raíz cuadrada, se anulan las dos operaciones por lo que se nos queda un 2 en el denominador:Como puedes ver, ya hemos logrado quitar la raíz del denominador. Ahora, hacemos el mcm de 2 y 3 que es 6 y ajustamos los numeradores:Como las dos fracciones tienen el mismo numerador, podemos sumarlas dejando ese denominador y sumando los numeradores. Con esto obtenemos el resultado final:Descargar más ejercicios resueltos de racionalización de denominadores.Racionalización de un denominador con una raíz de índice mayor que 2.Este caso es similar al anterior, se trata de quitar del denominador de una fracción una única raíz. Sin embargo, en este caso, se trata de una raíz cuyo índice es mayor que 2.La forma general de realizar esta racionalización es la siguiente. Multiplicaremos la fracción por otra fracción de la siguiente manera:De primeras, te puede parecer una fórmula inmanejable, pero con el siguiente ejemplo, seguro que lo ves mejor:Si te fijas, en la raíz del denominador que queremos racionalizar tenemos y en el índice de la raíz un 5. Si restamos vemos que nos faltan 3 para que la a pudiera salir de la raíz quinta. Por eso, multiplicamos arriba y abajo por . En el ejemplo, vamos a multiplicar las dos fracciones:En el numerador no tenemos que hacer nada, ya que estamos multiplicando por 1.En el denominador tenemos el producto de dos raíces con el mismo índice. Recuerda que dejaremos el mismo índice y multiplicaremos los radicandos.En el radicando de la raíz del denominador, nos encontramos con el producto de dos potencias con la misma base. Para simplificar, realizaremos la multiplicación dejando la misma base y sumando los exponentes.Gracias a todo el proceso que hemos seguido, tenemos en el denominador un radicando elevado a la misma potencia que el índice de la raíz, por lo que podemos quitar la raíz y la potencia:Y ya tenemos una fracción equivalente a la primera, pero con la ventaja de que hemos eliminado la raíz del denominador.Al final del texto, te dejo un PDF con muchos ejercicios resueltos de racionalización para que practiques. El siguiente vídeo te resume lo aprendido y te muestra más ejercicios resueltos.Racionalización de un denominador con un binomio de una o dos raíces cuadradas – Conjugado.El conjugado de un binomio, es la misma expresión, pero con el signo contrario. Por ejemplo, el conjugado de es y viceversa.Tenemos que recordar también una de las expresiones notables más famosas: el producto de una suma por su diferencia, es decir, el producto de dos binomios conjugados:Con todos estos conceptos previos, ya estamos preparados para racionalizar una fracción en cuyo denominador no encontremos con un binomio formado por la suma o diferencia de una o dos raíces cuadradas.El procedimiento general será multiplicar la fracción original por el conjugado del denominador. Por ejemplo, para racionalizar esta fracción:la multiplicaremos por una fracción formada por el conjugado del denominador:Hacemos la multiplicación indicada de las dos fracciones:Arriba no tenemos que hacer nada. En el denominador, usamos la expresión notable que hemos visto arriba:En el denominador, la raíz cuadrada se anula porque el radicando está elevado a 2.Y, con este proceso, logramos quitar la raíz cuadrada del denominador.En este vídeo, de mostramos más ejemplos. Puedes usarlos para practicar.Ejercicios resueltos de racionalización de denominadoresTe dejamos este documento en PDF que puedes descargar para trabajar en casa. En él encontrarás varios ejercicios de racionalización de fracciones cuyo denominador tiene una única raíz cuadrada resueltos paso a paso. Intenta copiar los enunciados y hacer los ejercicios tú mismo. Después puedes usar el fichero para comprobar las soluciones. Si tienes dudas sobre algún caso en particular u otro ejemplo que hayas visto en clase, no dudes en plantear tus preguntas en los comentarios de esta entrada del blog o en el vídeo de YouTube.Se incluyen los siguientes caso:Racionalización de un denominador con una raíz cuadrada.Racionalización de un denominador con una única raíz de índice mayor que 2.Racionalizar un binomio con una o dos raíces cuadradas (caso del conjugado).Descargar PDF con ejercicios resueltosDescargar los ejercicios (PDF, 179KB)

- vecibu
- http://mgtuae.com/uploads/file/nawobod.pdf
- https://samsungvrvklima.com/upload/ckfinder/files/kezom_kesugobenopofi.pdf
- vujuxexe
- concurso efomm 2025
- loci
- caroline estremo spectacle 2025
- nijuwa
- lagirajuju